# Веб-приложение для визуализации решения задач аппроксимации функций и операторов

*Кульгун Екатерина Ивановна*

Магистрант кафедры математического анализа, дифференциальных уравнений и их приложений УО "Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина"

Научный руководитель: доцент кафедры прикладной математики и информатики УО "Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина", кандидат физ.-мат. наук, доцент А.П. Худяков

Слово «аппроксимация» в своём первоначальном значении в математике означает замещение каких-либо математических функций или расчётных схем другими, приближённо выражающими их, эквивалентными им в определённом отношении, а также более простыми функциями или расчётными схемами, для которых уже существуют или могут быть получены известные решения [1]. В технических науках это понятие получило более широкое толкование как процедура решения инженерных задач на теоретических схемах с помощью ряда их эквивалентных замен и упрощений. Сущность метода аппроксимации заключается в компромиссе между точностью и сложностью расчётных схем. Точная аппроксимация обычно приводит к сложным математическим соотношениям и расчётам. Слишком упрощённая эквивалентная схема технической системы снижает точность расчётов.

Большинство существующих веб-приложений реализованы для линейной аппроксимации.

При реализации веб-приложения для визуализации решения задач аппроксимации функций и операторов использован язык программирования JavaScript, а также для построения графиков использованы такие библиотеки как Dygraph и Highcharts.

В данном приложении реализованы следующие задачи:

- Кубическая аппроксимация;
- Аппроксимация отрезком тригонометрического ряда Фурье;
- Аппроксимация полиномами Чебышева I рода;
- Интерполирование алгебраическими полиномами Лагранжа;
- Интерполирование тригонометрическими полиномами Лагранжа.

Так же в данном приложении можно проводить сравнительный анализ любых реализованных методов.

Использование данного приложения актуально, так как методы теории аппроксимации функций и операторов имеют многочисленные приложения в математике и математической физике: теории нелинейных колебаний, тории диффузии, квантовой физике, экономике и т.д. Разработанное приложение может быть использовано студентами математических специальностей вузов Республики Беларусь. Для большинства выше указанных методов нет реализованных веб-приложений. В связи с этим, программная реализация алгоритмов аппроксимации является актуальной задачей, так как это позволяет провести сравнительный анализ рассматриваемых алгоритмов на примере решения различных задач (задача Коши, краевые задачи, интегро-дифференцильные уравнения, уравнения математической физики).

Для того, чтобы аппроксимировать функцию, необходимо ввести саму функцию и отрезок, на котором требуется ее аппроксимировать. Для некоторых задач необходимо ввести степень или разбиение функции.

На выходе выдаются значения самой функции и значения аппроксимирующей функции в узлах, а также погрешность данного метода. Кроме того, можно вывести график, на котором показана заданная функция и её аппроксимация.

Рассмотрим пример уже реализованного метода в веб-приложении для визуализации решения задач аппроксимации функций и операторов. Проведем сравнительный анализ аппроксимации отрезком тригонометрического ряда Фурье и отрезком ряда Фурье по полиномам Чебышева I рода.

Рассмотрим функцию $y = sin(x)$ на отрезке $[1; 5]$, и количество узлов $n = 50$. Получены значения, указанные в таблице.

Таблица 1. – Аппроксимация функции.

| Узлы | Значения $y = sin(x)$ функции в узлах | Тригонометрический ряд Фурье (значения в узлах) | Полиномы Чебышева I рода (значения в узлах) |
|---|---|---|---|
| 1 | 0,8414709848078965 | –0,05767174666500223 | –0,23051335913505983 |
| 1,1 | 0,8912073600614354 | 0,876770017990042 | 0,8806768510856577 |
| 1,2 | 0,9320390859672264 | 0,968075710057726 | 0,9275357674773107 |
| 1,3 | 0,9635581854171931 | 0,9703932191823685 | 0,9605123298169935 |
| 1,4 | 0,9854497299884603 | 0,9677854834349906 | 0,9873731064957938 |
| 1,5 | 0,9974949866040544 | 0,9913262147037223 | 0,9975127879588636 |
| 1,6 | 0,9995736030415051 | 1,0108469814453769 | 0,9987268362826505 |
| 1,7 | 0,9916648104524686 | 0,9976458524014153 | 0,9926954303511744 |
| 1,8 | 0,973847630878195 | 0,9659415190191822 | 0,9728871304275588 |

Таблица 1. – Аппроксимация функции.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1,9 | 0,9463000876874142 | 0,9403973391043865 | 0,9470821245467935 |
| 2,0 | 0,9092974268256814 | 0,9150397619118706 | 0,9087679447281622 |
| 2,1 | 0,8632093666488733 | 0,8690722921285803 | 0,8634228899528653 |
| 2,2 | 0,8084964038195895 | 0,8043268097807608 | 0,808633044412134 |
| 2,3 | 0,7457052121767194 | 0,7398649615639197 | 0,7452455035185358 |
| 2,4 | 0,67546318055115 | 0,67838434630682 | 0,6761362308389809 |
| 2,5 | 0,5984721441039554 | 0,6042987074448725 | 0,5977680142999745 |
| 2,6 | 0,515501371821463 | 0,5136423303341563 | 0,5160308098579673 |
| 2,7 | 0,42737988023382856 | 0,4215616188538063 | 0,427180722117055 |
| 2,8 | 0,3349881501559034 | 0,33588895691350845 | 0,3348166265722973 |
| 2,9 | 0,23924932921398068 | 0,245062984956443 | 0,23969598486977026 |
| 3,0 | 0,14112000805986546 | 0,14113057585062083 | 0,14059078735877634 |
| 3,1 | 0,041580662433288715 | 0,035768636367086354 | 0,041984759455083516 |
| 3,2 | –0,05837414342758186 | –0,05929609619033327 | –0,058514466909281256 |
| 3,3 | –0,1577456941432504 | –0,15193240392043358 | –0,15789287566669288 |
| 3,4 | –0,2555411020268334 | –0,2536608810943956 | –0,2551882159339248 |
| 3,5 | –0,35078322768962195 | –0,3566012147625415 | –0,3512055943455313 |
| 3,6 | –0,44252044329485446 | –0,44546285247809175 | –0,4421581495549465 |
| 3,7 | –0,5298361409084953 | –0,5240085767468807 | –0,5300573949565403 |
| 3,8 | –0,611857890942721 | –0,6076669421147851 | –0,6117993582184387 |
| 3,9 | –0,6877661591839757 | –0,6936114068920916 | –0,6876852127022135 |
| 4,0 | –0,75680249530793 | –0,762566381015056 | –0,7569788731833728 |
| 4,1 | –0,8182771110644118 | –0,8123985874299895 | –0,8180502448427641 |
| 4,2 | –0,8715757724135891 | –0,8636477395456998 | –0,8718156752941421 |
| 4,3 | –0,9161659367494557 | –0,9221132416232065 | –0,91594756331311 |
| 4,4 | –0,9516020738895163 | –0,9628981811613764 | –0,9517513008506332 |
| 4,5 | –0,9775301176650972 | –0,9714111639171894 | –0,9775275789179225 |
| 4,6 | –0,9936910036334645 | –0,9760017288663099 | –0,9934777639378204 |
| 4,7 | –0,9999232575641008 | –1,006672910594136 | –1,000169472097178 |
| 4,8 | –0,9961646088358407 | –1,0322382218511212 | –0,9964005173304461 |
| 4,9 | –0,9824526126243326 | –0,9682581705166002 | –0,9827200286407343 |
| 5,0 | –0,9589242746631387 | –0,05767174666504994 | –0,958659729613651 |
| **Невязка** | | **0,36050101119923555** | **0,00010581801979503426** |

Как показывает практический опыт, аппроксимация функции полиномами Чебышева имеет высокую точность и позволяет эффективно восстанавливать первую производную. Однако для этого необходимо знать значения восстанавливаемой функции в узлах полинома Чебышева.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Демидович, Б. П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И. А. Марон. – М. : Наука, 1966. – 664 с.