О сходимости неявного метода итераций решения линейных уравнений в случае неединственности решения

Тарасевич Ирина Олеговна

Студентка 2 курса физико-математического факультета УО "Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина"

Научный руководитель: доцент кафедры прикладной математики и информатики УО "Брестский государственный университет имени А.С. Пушкина", кандидат физико-математических наук, доцент *Савчук В.Ф.*

В гильбертовом пространстве H для решения операторного уравнения

$$Ax = y, \tag{1}$$

где A – неограниченный положительный самосопряженный оператор используется метод

$$(A^2 + B)x_{n+1} = Bx_n + Ay,\;\; B = bE,\;\; b > 0,\;\; x_{0,\delta} = 0, \tag{2}$$

E – тождественный оператор.

Здесь нуль является собственным значением оператора A (т.е. операторное уравнение (1) имеет неединственное решение). Пусть $N(A) = \{x \in H \,|\, Ax = 0\}$ – ядро оператора A, $M(A)$ – ортогональное дополнение ядра $N(A)$ до H. Пусть далее $P(A)x$ – проекция $x \in H$ на $N(A)$, $\Pi(A)x$ – проекция $x \in H$ на $M(A)$. Справедлива теорема [1].

Теорема. Пусть $A = A^* \geq 0$, $\|A\| \leq M$, $y \in H$, $b > 0$, тогда для итерационного метода (2) справедливы утверждения:

а) $Ax_n \to \Pi(A)y$, $\|Ax_n - y\| \to J(A, y) = \inf\limits_{x \in H} \|Ax - y\|$;

б) метод (2) сходится тогда и только тогда, когда уравнение $Ax = \Pi(A)y$ разрешимо, в последнем случае $x_n \to P(A)x_0 + x^*$, где x^* – минимальное решение уравнения (1).

Замечание. Так как в нашем случае $x_0 = 0$, то $x_n \to x^*$, т. е. процесс (2) сходится к решению с минимальной нормой.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Матысик, О. В. Явные и неявные итерационные процедуры решения некорректно поставленных задач / О. В. Матысик. – Брест: Брест. гос. ун-т, 2014. – 213 с.