

ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ НЕЙРОНОВ, РЕАЛИЗУЮЩИХ ФУНКЦИЮ «ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ»

Ярош Артем Геннадьевич

Аспирант кафедры математических проблем управления и информатики
УО «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины»

Функцию исключающего ИЛИ $x_1 \oplus x_2 = [x_1 \neq x_2]$, принципиально невозможно реализовать одним нейроном с двумя входами x_1 и x_2 , поскольку множества нулей и единиц этой функции линейно неразделимы.

Возможны 2 способа решения этой проблемы.

Первый способ — пополнить состав признаков. Для этого нужно произвести некоторые нелинейные преобразования исходных признаков и подать их на вход нейрона. Нейрон построит полиномиальную разделяющую поверхность, если разрешить образовывать всевозможные произведения исходных признаков. В случае исключающего ИЛИ достаточно добавить один вход x_1x_2 , чтобы в расширенном пространстве множества нулей и единиц оказались линейно разделимыми:

$$x_1 \oplus x_2 = [x_1 + x_2 - 2x_1x_2 - \frac{1}{2} > 0]$$

Подбор нужных нелинейных преобразований является нетривиальной задачей, которая для общего случая до сих пор остается нерешенной.

Нейронные сети высокого порядка позволяют так же, как и многослойные нейронные сети, разбивать входное пространство на классы при помощи нелинейных разделяющих поверхностей.[1]

Второй способ – построить композицию из нескольких нейронов. Композицию можно построить подав выходы И и ИЛИ нейронов на вход еще одному ИЛИ нейрону:

$$x_1 \oplus x_2 = [(x_1 \vee x_2) - (x_1 \wedge x_2) - \frac{1}{2} > 0]$$

Дальнейшее обобщение этой идеи приводит к построению многослойных нейронных сетей. Нейронные сети высокого порядка позволяют так же, как и многослойные нейронные сети, разбивать входное пространство на классы при помощи нелинейных разделяющих поверхностей.

Взвешенная сумма нейронного элемента многослойной нейронной сети содержит только термы первого порядка. В отличие от этого взвешенная сумма нейронного элемента для сети высокого порядка содержит произведение двух или более компонент входного вектора. Так

для нейронной сети второго порядка $S = \sum_{i=1}^n w_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{ij} x_i x_j - T$

Разделяющая поверхность, определяемая уравнением $S=0$ называется поверхностью второго порядка и называется гиперквадрикой. Если продолжить вводить дополнительные члены в произведение компонент вектора X , то получится класс полиномиальных разделяющих поверхностей.

Взвешенная сумма решения задачи «Исключающее или» с помощью нейронной сети второго порядка $S = w_1x_1 + w_2x_2 + w_{12}x_1x_2$

В качестве функции активации выходного нейрона используется пороговая функция. С учетом определенных весовых коэффициентов и порогов нейронной сети взвешенную сумму можно представить в виде $S = 2x_1 + 2x_2 - 4x_1x_2 - T$

Литература

1. Головкин В. А. Нейронные сети: обучение, организация и применение / А.В. Головкин. — М.: ИПР- ЖР, 2001. — 256 с.